MATEMÁTICA E LÓGICA PARA CONCURSOS PÚBLICOS É AQUI

Álgebra Linear – Questões Comentadas

1. Para o dia das mães, uma loja ofereceu a seus clientes a possibilidade de comprarem lençóis, fronhas e colchas,agrupados nos seguintes jogos:

I- 2 lençóis e 2 fronhas,
II- 2 lençóis e 2 colchas
III- 1 lençol,1 fronha e colcha.

Considerando que o preço de cada peça é o mesmo em qualquer um dos jogos e que os jogos I,II e III são vendidos por R$130,00, R$256,00 e R$143,00, respectivamente, calcule, em reais, o preço unitário da colcha.

$$\begin{cases} 2L + 2F = 130 \\ 2L + 2C = 256 \\ L + F + C = 143 \end{cases}$$

Como se trata de igualdades, podemos multiplicá-las por qualquer valor, desde que o façamos à direita e à esquerda da igualdade.

Podemos também trabalhar de duas em duas. Para não recair em determinantes, tentemos sempre eliminar duas incógnitas de uma só vez. Quando não for possível, devemos fazer por determinantes.

Multipliquemos a última por (- 2) , teremos – 2L – 2F – 2C = - 286, depois somemos termo a termo com a primeira (intuito: eliminar L e F), teremos – 2C = -156, ou seja, C = 78.

Resposta: 78

Obs: Continuação somente para achar outros valores, pois é importante para didática, mas a resposta já foi definida.

Agora, substituindo na segunda, teremos que 2L + 156 = 256, então L = 50

Substituindo na primeira, teremos que 100 + 2F = 130, então F = 15

Esses três valores verificam as três equações em cima, basta substituir para constatar.

2.Numa lanchonete o garçom apresenta as contas de 3 mesas:

1º mesa: 2 hambúrgueres,3 refrigerantes e 2 porções de fritas, totalizando R$9,00
2º mesa: 1 hambúrguer, 2 refrigerantes e 1 porção de fritas, totalizando R$5,00
3º mesa: 4 hambúrgueres, 5 refrigerantes e 4 porções de fritas, totalizando R$...

A conta da terceira mesa ficou borrada e portanto ilegível, devido a bandeja do garçom estar molhada.

Sabendo que as pessoas sentadas na terceira mesa observaram com atenção as duas primeiras contas, calcular, em reais, a conta da terceira mesa.

$$\begin{cases} 2H + 3R + 2F = 9 \\ H + 2R + F = 5 \\ 4H + 5R + 4F = ? \end{cases}$$

Teremos que nos "virar" somente com as duas primeiras equações.
Temos que dar um jeito de eliminar 2 incógnitas.
Eliminaremos H e F, multiplicando a segunda por (- 2) obtendo – 2H – 4R – 2F = - 10 e somando com a primeira, termo a termo, teremos – R = - 1, ou seja, R = 1.
Se R = 1, então a segunda ficaria H + 2 + F = 5, então H + F = 3.
Sendo assim 4H + 4F = 4 x 5 = 20, então a conta será 4H + 4F + 5R = 20 + 5 = 25 reais.

3.Uma loja de cosméticos oferece três kits de produtos de beleza contendo batom, esmalte e sombra, dos mesmos tipos, em todos os kits,com os seguintes preços:

Kit n 1º: 1 batom, 2 esmaltes, 2 sombras.....R$14
Kit n 2º: 2 batons, 1 esmalte,2 sombras.......R$16
Kit n 3º: 3 batons, 2 esmaltes, 3 sombras.....R$ 25

Se os preços dos quatro kits estão coerentes, calcule o preço de uma unidade de cada um desses produtos.

$$\begin{cases} B + 2E + 2S = 14 \\ 2B + E + 2S = 16 \\ 3B + 2E + 3S = 25 \end{cases}$$

Tentemos eliminar duas incógnitas de uma só vez, para na necessitar fazer por determinantes.

Multiplicando a segunda por (- 3) e a terceira por (- 2) e somando, eliminamos B e S.

- 6B – 3E – 6S = - 48
6B + 4E + 6S = 50

Somando , teremos, E = 2

Podemos agora refazer as igualdades, substituindo E por 2, ficaremos com

$$\begin{cases} B + 4 + 2S = 14 \\ 2B + 2 + 2S = 16 \\ 3B + 4 + 3S = 25 \end{cases} \qquad \begin{cases} B + 2S = 10 \\ 2B + 2S = 14 \\ 3B + 3S = 21 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira por (- 1) e somando com a segunda, eliminamos S

- B – 2S = - 10
2B + 2 S = 14

Teremos, somando, B = 4, então substituindo em

- B – 2S = - 10   - 4 – 2S = - 10   2S = 8   S = 4

4.O IBGE contratou em certo nº de entrevistadores para realizar o recenseamento em uma cidade. Se cada um deles recenseasse 100 residências, 60 delas não seriam visitadas. Como, no entanto, todas as residências foram visitadas e cada recenseador visitou 102, quantas residências tem a cidade ?

Residências: R
Recenseadores: X

100X = R – 60
102X = R

Só substituir a segunda na primeira

100X = 102X – 60
2X = 60
X = 30 recenseadores

Residêncas: R = 102X = 102 x 30 = 3.060 residências.

5. Em um restaurante, toda as pessoas de um grupo pediram o mesmo prato principal e uma mesma sobremesa. Com o prato principal o grupo gastou R$56,00 e com a sobremesa custou R$35,00; cada sobremesa custou R$3,00 a menos do que o prato principal.

a) Encontre o número de pessoas neste grupo.
b) Qual o preço do prato principal?

Custo do Prato Principal: X   Custo da Sobremesa: Y   Número de Pessoas: Z

Seguindo o texto, teremos as seguintes igualdades.

Z x X = 56
Z x Y = 35   Y = X – 3, então substituindo na segunda, teremos que

Z x X = 56
Z x (X – 3) = 35

Quando temos multiplicações em duas igualdades, devemos eliminar alguma incógnita através da divisão.

Dividindo a primeira pela segunda, teremos

$\frac{Z \times X}{Z \times (X-3)} = \frac{56}{35}$ *, Simplificando Z, teremos* $\frac{X}{(X-3)} = \frac{56}{35}$

Multiplicando meios pelos extremos

$35X = 56(X-3)$ *35X = 56X – 168   21X = 168   X = 8 reais custa o prato principal*

Se Z x X = 56, então Z x 8 = 56, ou seja, Z = 7 pessoas no grupo

6.Carlos e sua irmã Andréia foram com seu cão Bidu à farmácia de seu avô. Lá encontraram uma velha balança com defeito que só indicava corretamente pesos superiores a 60kg. Assim eles se pesaram dois a dois e obtiveram as seguintes marcas:

-Carlos e o cão pesam juntos 87kg
-Carlos a Andréia pesam 123kg
-Andréia e Bidu pesam 66kg
Podemos afirmar que:

a) Cada um deles pesa menos de 60kg.
b) Dois deles pesam mais de 60kg.
c) Andréia é a mais pesada dos três.
d) O peso de Andréia é a média aritmética dos pesos de Carlos e Bidu.
e) Carlos é mais pesado que Andréia e Bidu juntos.

Peso de Carlos: X   Peso do cão: Y   Peso de Andréia: Z

X + Y   = 87
X +   Z = 123
Y + Z = 66   É importante colocar um em cada coluna, pois fica mais fácil de visualizar.

Temos que usar alguns artifícios para não ter que recair em determinantes. Temos que achar valor de uma incógnita.

Se somarmos as três equações, teremos que 2X + 2Y + 2Z = 276, ou seja X + Y + Z = 138

Somando somente a primeira com a segunda, teremos que 2X + Y + Z = 210

Como vimos que X + Y + Z = 138, então vamos multiplicar esta última por (- 1) e ficará – X – Y – Z = - 138

Somando termo a termo com 2X + Y + Z = 210, teremos que X = 72. (Peso de Carlos)

Com isso, vamos substituir X nas duas equações iniciais

72 + Y = 87
72 + Z = 123

E obteremos

Y = 15 (Peso do cão)
Z = 51 (Peso de Andréia)

Resposta: Letra E

7. Um casal de operários especializados trabalha no mesmo setor de uma fábrica. Em dezembro, a operária recebeu por dia de trabalho ¾ do que recebeu o operário, sendo que ela trabalhou 16 dias e ele 20 dias. No total, o casal recebeu a quantia de R$1.408,00.

Analise essa situação e julgue os itens

(1) A mulher recebeu menos de R$32,00 por dia de trabalho.
(2) O homem recebeu mais de 70% do total pago aos dois juntos, por dia de trabalho.
(3) O casal teria recebido mais de R$ 1.600,00, Se cada um tivesse trabalhado, no mínimo, 22 dias.

Salário diário da Mulher: M *Salário diário do Homem: H*

Recebeu 3/4 a menos por dia, então $M = \frac{3}{4}H$ *, ou seja 4M = 3H, ou 4M – 3H = 0*

Mas do texto temos que 16M + 20H = 1408. Se dividirmos todos os termos desta última por 4, teremos

4M + 5H = 352. Agora tendo 4M – 3H = 0 e multiplicando esta última por (- 1) obtemos – 4M + 3H = 0

Somando com 4M + 5H = 352, obteremos 8H = 352, ou seja, H = 44 reais por dia

Se $M = \frac{3}{4}H$ *, então* $M = \frac{3}{4} \times 44$ *, ou seja, M = 33 reais por dia.*

Resposta: Número (3), pois 22 x 44 + 22 x 33 = 1694

8.Um clube promoveu um Show de música popular brasileira ao qual compareceram 200 pessoas, entre sócios e não sócios. No total, o valor arrecadado foi R$1.400,00 e todas as pessoas pagaram ingresso. Sabendo-se que o preço do ingresso foi R$10,00 e que cada sócio pagou metade desse valor,o número de sócios presentes ao show é

a)80 b)100 c)120 d)140 e)160

Sócios: S *Não-sócios: N*

S + N = 200
5S + 10N = 1400

Multiplicando a primeira por -10, teremos – 10S – 10N = - 2000 que , somando com a segunda, obteremos

- 5S = - 600, ou seja S = 120 sócios.

Resposta: Letra C

9. O sistema formado pelas equações x+5y+10z=500, x+y+z=92 e x-z=0 é a representação algébrica do seguinte problema: totalizar R$500,00 com cédulas de um , cinco e dez reais, num total de 92 cédulas, de modo que as quantidades de cédulas de um e de dez reais sejam iguais.Assim é correto afirmar:

(E)No sistema, a incógnita x representa a quantidade de cédulas de dez reais. *(É de um real)*
(C)O sistema formado pelas três equações é possível e determinado. *(Porque tem uma só resposta)*
(C)A equação x-z=0 representa a condição de serem iguais as quantidades de cédulas de um e de dez reais.
(C)Se fosse imposta a condição de serem iguais as quantidades de cédulas de um, cinco e dez reais, então seria impossível totalizar R$500,00. *Pois se X + Y + Z = 92 e se todas fossem iguais, X = Y = Z, então seria 3X = 92, o seja, X = 30,666... Não resulta inteiro, por isso é impossível ter a mesma quantidade de cédulas.*

$$\begin{cases} X + 5Y + 10Z = 500 \\ X + Y + Z = 92 \\ X = Z \end{cases}$$

Se X = Z, então substituímos nas duas primeiras, ficando

$$\begin{matrix} X + 5Y + 10X = 500 \\ X + Y + X = 92 \end{matrix} \text{, ou seja } \begin{matrix} 11X + 5Y = 500 \\ 2X + Y = 92 \end{matrix} \text{, multiplicando a segunda por (- 5), teremos}$$

$$\begin{matrix} 11X + 5Y = 500 \\ -10X - 5Y = -460 \end{matrix} \qquad X = 40 \text{ notas de um real}$$

Como $X = Z$*, então há 40 notas de 10 reais.*

Como $2X + Y = 92$, *então* $2 \times 40 + Y = 92$ $\qquad$ $Y = 12$ *notas de cinco reais*